

# H27 授業改善プラン 中学校 第2学年 数学

図形の性質を調べる活動を通して、証明の必要性和意味についての理解を深め、その説明をすることが出来る力の育成！

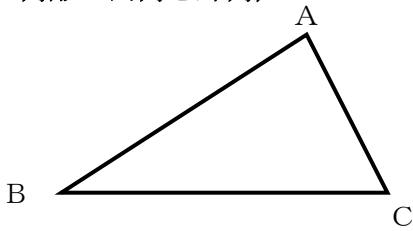
<p><b>単元名「平行と合同」</b></p> <hr/> <p>指導計画と評価</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 本時の位置付け             <ul style="list-style-type: none"> <li>第1次「角と平行線」                 <ul style="list-style-type: none"> <li>第1時「いろいろな角」</li> <li>第2時「平行線と角」</li> <li>第3時「三角形と角」【本時】</li> <li>第4時「図形の性質と補助線」</li> <li>第5時「多角形の内角」</li> <li>第6時「多角形の外角」</li> <li>第7時「図形の性質の調べ方」</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>・ 評価規準             <ul style="list-style-type: none"> <li>「実験・実測による方法と、証明による方法のそれぞれの特徴を理解できる」</li> </ul> </li> </ul>	<p>指導について</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 調査問題概要／市正答率 『対頂角は等しいことの証明について正しい記述を選ぶ。』 問題 A8 / 正答率 23.9%</li> <li>・ 課題 図形の性質を調べる際、実験・実測による説明には限界があり不十分であることや、文字を使うことで全ての場合を説明できることについての理解に課題がある。</li> <li>・ 指導の手立て 証明の必要性和意味についての理解を深められるよう、帰納的方法と比較しながら、演繹的な方法の役割を理解する場面を設定する。帰納的な方法では全てを調べ尽くすことができないことから、演繹的な推論による証明が必要であることを理解できるようにしたい。</li> </ul>
---	--

指導のねらい「帰納的な方法による説明と演繹的な推論による説明を比較、対照し、その違いに着目して、演繹的な推論のよさに気付くことができるようにする。」

**【授業例】**

学 習 活 動	指導の手立てと留意点／☆は評価(観点/方法)
<p>1 三角形の内角と外角を確認する。</p> <p>2 本時の学習問題及び課題を把握する。(教科書 P.112)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; text-align: center;">             どんな三角形も「内角の和は180°である」ことを説明するには、どうすればよいだろう？         </div> <p>① 平行線の性質を使った演繹的な推論による説明。</p> <p>② 実測による説明。      ③ 複数個の実測による説明。</p> <p>④ ①と同様に平行線を用いた説明。</p> <p>⑤ 小学校の既習内容(切り貼りして角を集合)</p> <p>3 問題を解く。</p> <p>(1) 提示された5つの説明について、どの方法がよいかを選ぶ。</p> <p>(2) その説明がよいと考える理由を説明する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 文字を使うことで全ての場合を説明することができる。(①④)</li> <li>・ 角度を測って実際に測った数値だから。(②)</li> <li>・ 1つだけでなく、いくつか実測して測った数値だから。(③)</li> <li>・ 小学校で学んだから。(⑤)</li> </ul> <p>(3) <u>どんな三角形でも内角の和は180°であることを説明しているのはどれか話し合う。また、他の方法がなぜ説明が十分でないのかを確認しまとめる。</u></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 実験や実測では全ての場合を調べ尽くせない。</li> <li>・ 文字と図形の性質を使うことで全ての場合を説明することができる。</li> </ul> </div> <p>4 ①の考えから、三角形の内角と外角の性質を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 三角形の内角の和は180°である。</li> <li>・ 三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。</li> </ul> </div> <p>5 適用問題を解く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 三角形の図を用いて内角と外角を確認する。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 課題を提示する。(ワークシート参照)</li> <li>・ 5つの考えをそれぞれ生徒とともに確認する。</li> <li>・ ①と④の考えを紹介するのに、平行線の性質を確認する。(学級の実態に応じて一部穴埋めにしても可)</li> <li>・ 選んだ理由を説明することができるように自分の考えをまとめるように指示する。</li> <li>☆ 根拠をもとにして、選んだ理由をワークシートに書くことができたか。(数学的な考え方/ワークシート)</li> <li>・ 他の意見を聞きながら、自分の意見との違いや同じ点などをまとめるように指示する。</li> <li>☆ 図形の性質を調べるための方法として、文字を用いて説明することの必要性を確認し、まとめることができたか。(数学的な考え方/ワークシート)</li> <li>・ ①、④のどちらかを説明すれば全ての三角形について説明できることを全体で確認する。</li> <li>・ 単に「文字を使えばよい」とならないようにしたい。「筋道立った考え(数学的論理思考)」の重要性を全体で確認する。</li> <li>・ 自分の考えをまとめるように指示する。また、全体でも確認するようにする。</li> <li>・ ①の考えを用いて、三角形の内角と外角にはある関係があることに気付かせ、性質を確認する。</li> <li>・ 机間指導を行い、取組めない生徒には内角と外角の性質を使って考えられるように助言する。</li> </ul>

(三角形の内角と外角)



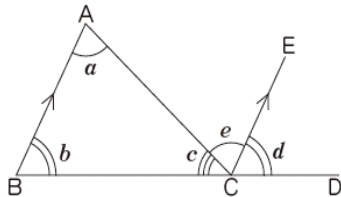
「三角形と角」

どんな三角形も「内角の和は  $180^\circ$  である」ことを説明するには、どうすればよいだろうか。

1 「三角形の内角の和は  $180^\circ$  である」ことを次の5つの方法で説明した。どの方法がよいか考えよう。

①

下の図の  $\triangle ABC$  で、  
 辺  $BC$  を延長した直線上の点を  $D$  とし、点  $C$  を通り辺  $BA$  に平行な直線  $CE$  をひく。



平行線の錯角は等しいから、  $\angle a = \angle e$   
 平行線の同位角は等しいから、  $\angle b = \angle d$   
 したがって、  

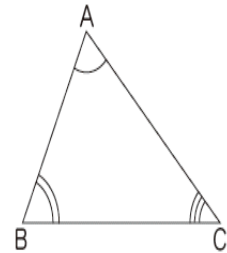
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c$$

$$= 180^\circ$$
  
 よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

②

下の図の  $\triangle ABC$  で、  
 3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$



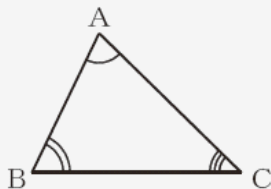
したがって、  

$$\angle A + \angle B + \angle C = 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ$$

$$= 180^\circ$$
  
 よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

③

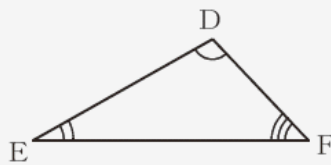
下の図の  $\triangle ABC$ ,  $\triangle DEF$ ,  $\triangle GHI$  で、3つの角度をそれぞれ測ると、



$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$

したがって、

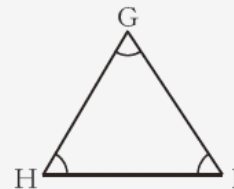
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle D &= 100^\circ \\ \angle E &= 30^\circ \\ \angle F &= 50^\circ \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle D + \angle E + \angle F &= 100^\circ + 30^\circ + 50^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle G &= 60^\circ \\ \angle H &= 60^\circ \\ \angle I &= 60^\circ \end{aligned}$$

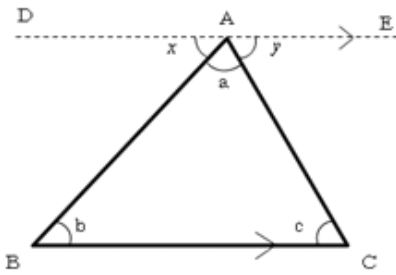
したがって、

$$\begin{aligned} \angle G + \angle H + \angle I &= 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

④

下の図で、点Aを通過して辺BCに平行な直線DEをひく。



平行線の錯角は等しいから

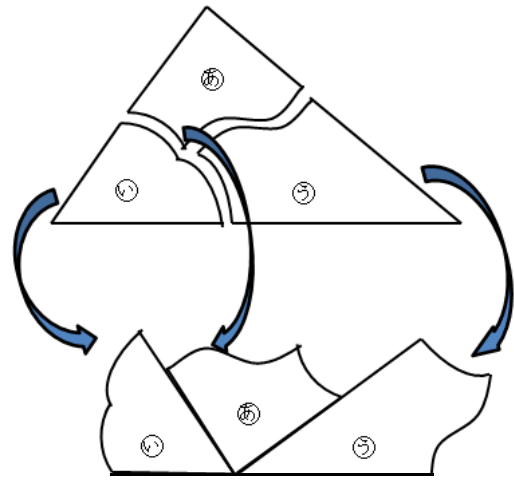
$$\angle b = \angle x, \quad \angle c = \angle y$$

したがって、

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle a + \angle x + \angle y = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

⑤



三角形の3つの角を切り取り、合わせると一直線上に並ぶので、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

- (1) ①から⑤の中で、どんな三角形でも「三角形の内角の和は  $180^\circ$  である」ということが説明できていると思うものを選び、その理由を書きましょう。

私が選んだのは \_\_\_\_\_ です。その理由は、

- (2) それぞれの方法について、説明できているかどうか友達の考えを参考にしながら良い点、悪い点についてまとめましょう。

①	
②	
③	
④	
⑤	

- (3) 「三角形の内角の和は  $180^\circ$  である」ということの説明の方法についてまとめましょう。

- 2 ①の説明から、 $\triangle ABC$ で $\angle C$ の外角について調べよう。

$$\angle e + \angle d = \angle a + \angle b$$

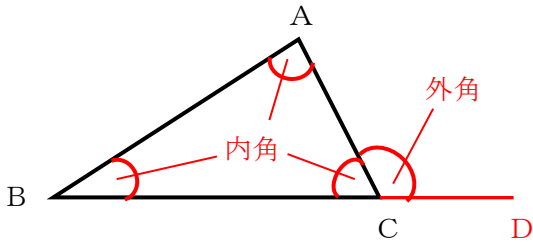
$$\angle ACD = \angle A + \boxed{\phantom{00}}$$

三角形の内角と外角

1

2

(三角形の内角と外角)



- ・  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$ を $\triangle ABC$ の内角という。
- ・ 1つの辺とそのとなりの辺の延長とがつくる角を、その頂点における外角という。

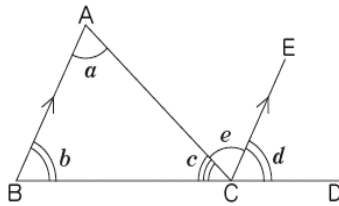
「三角形と角」

どんな三角形も「内角の和は  $180^\circ$  である」ことを説明するには、どうすればよいだろうか。

1 「三角形の内角の和は  $180^\circ$  である」ことを次の5つの方法で説明した。どの方法がよいか考えよう。

①

下の図の $\triangle ABC$ で、  
辺BCを延長した直線上の点をDとし、点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$   
 平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$   
 したがって、  

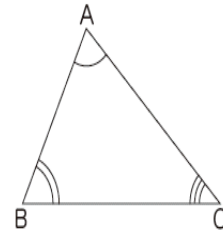
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、  
3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$

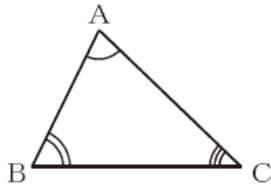


したがって、  

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$
  
 よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

③

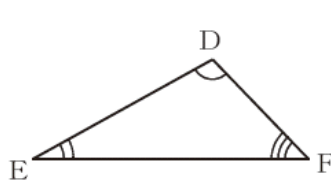
下の図の $\triangle ABC$ ,  $\triangle DEF$ ,  $\triangle GHI$ で、3つの角度をそれぞれ測ると、



$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$

したがって、

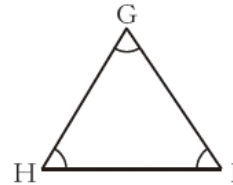
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle D &= 100^\circ \\ \angle E &= 30^\circ \\ \angle F &= 50^\circ \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle D + \angle E + \angle F &= 100^\circ + 30^\circ + 50^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle G &= 60^\circ \\ \angle H &= 60^\circ \\ \angle I &= 60^\circ \end{aligned}$$

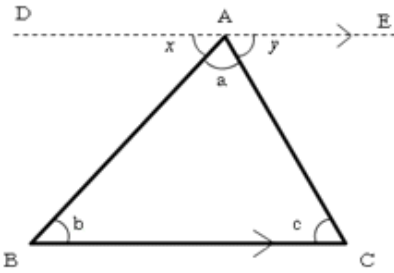
したがって、

$$\begin{aligned} \angle G + \angle H + \angle I &= 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

④

下の図で、点Aを通過して辺BCに平行な直線DEをひく。



平行線の錯角は等しいから

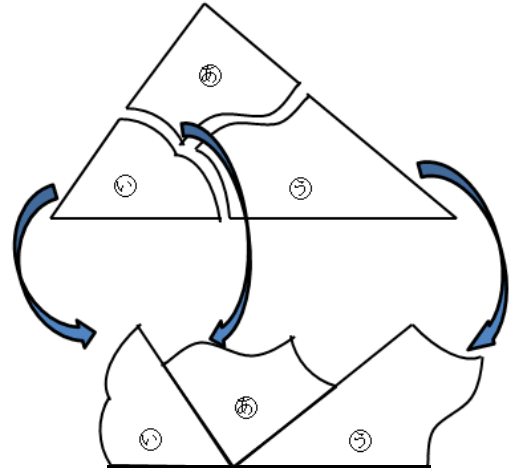
$$\angle b = \angle x, \quad \angle c = \angle y$$

したがって、

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle a + \angle x + \angle y = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

⑤



三角形の3つの角を切り取り合わせると一直線上に並ぶので、三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。

- (1) ①から⑤の中で、どんな三角形でも「三角形の内角の和は  $180^\circ$  である」ということが説明できていると思うものを選び、その理由を書きましょう。

私が選んだのは\_\_\_\_\_です。その理由は、

- (例) ①④ 文字を使い、図形(平行線)の性質を使っているので全ての場合を説明できる。  
 ② 具体的な数字で分かりやすい。 ③ たくさん調べているから。  
 ⑤ 小学校でこの方法で調べたから(実際に図で確認しているから。)

- (2) それぞれの方法について、説明できているかどうか友達の考えを参考にしながら良い点、悪い点をまとめましょう。

①	(例) 文字を使って角度を表しているので、どんな角度でも説明できる。また、平行線の性質を利用しているのでいつでも正しいことがわかる。
②	(例) その三角形でしか説明できない。他の三角形について説明していない。
③	(例) 3つ以外にも三角形はあるから。全ての三角形の説明をしていない。
④	(例) 文字を使って角度を表しているので、どんな角度でも説明できる。また、平行線の性質を利用しているのでいつでも正しいことがわかる。
⑤	(例) 1つの三角形だけの説明なので不十分である。(図形の性質を使っていない。)

- (3) 「三角形の内角の和は  $180^\circ$  である」ということの説明の方法についてまとめましょう。

(例)

- ・実験や実測では全ての場合を調べ尽くせない。
- ・文字を使い、図形の性質を使うことで全ての場合を説明することができる。

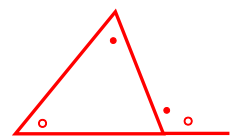
- 2 ①の説明から、 $\triangle ABC$ で $\angle C$ の外角について調べよう。

$$\angle e + \angle d = \angle a + \angle b$$

$$\angle ACD = \angle A + \boxed{\angle B}$$

三角形の内角と外角

- 1 三角形の内角の和は  $180^\circ$  である。
- 2 三角形の1つの外角は、それととり合わない2つの内角の和に等しい。



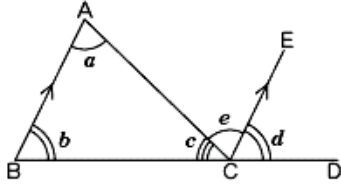
**【適用問題】**

2年( )組( )番 氏名( )

1 ある学級で、「三角形の内角の和は $180^\circ$ である」ことの説明について、次の①②を比べて考えています。

①

下の図の $\triangle ABC$ で、  
辺BCを延長した直線上の点をDとし、点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$   
平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$   
したがって、

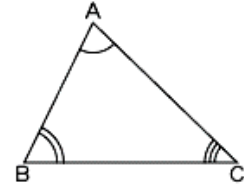
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は $180^\circ$ である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、  
3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$



したがって、

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は $180^\circ$ である。

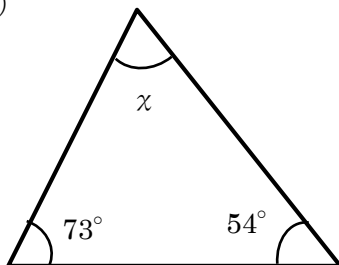
どんな三角形でも内角の和は $180^\circ$ であることの説明について、下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア ①も②も説明できている。
- イ ①は説明できており、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば説明したことになる。
- ウ ①は説明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても説明したことにはならない。
- エ ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば説明したことになる。
- オ ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば説明したことになるが、②はそれでも説明したことにはならない。

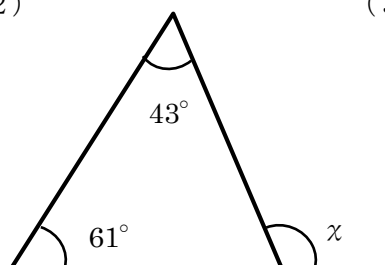
答え

2 次の図で、 $\angle \chi$ の大きさを求めなさい。

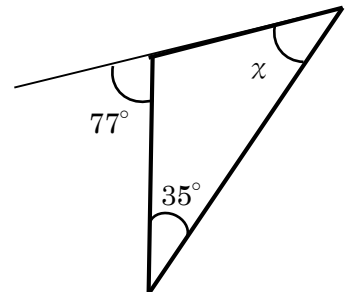
(1)



(2)



(3)



(1)  $\angle \chi =$  \_\_\_\_\_

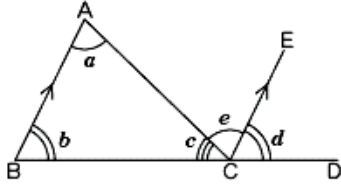
(2)  $\angle \chi =$  \_\_\_\_\_

(3)  $\angle \chi =$  \_\_\_\_\_

1 ある学級で、「三角形の内角の和は $180^\circ$ である」ことの説明について、次の①②を比べて考えています。

①

下の図の $\triangle ABC$ で、  
辺BCを延長した直線上の点をDとし、点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$   
平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$   
したがって、

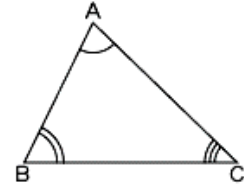
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は $180^\circ$ である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、  
3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$



したがって、

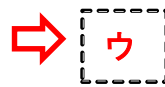
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は $180^\circ$ である。

どんな三角形でも内角の和は $180^\circ$ であることの説明について、下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア ①も②も説明できている。
- イ ①は説明できており、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば説明したことになる。
- ウ ①は説明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても説明したことはない。
- エ ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば説明したことになる。
- オ ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば説明したことになるが、②はそれでも説明したことはない。

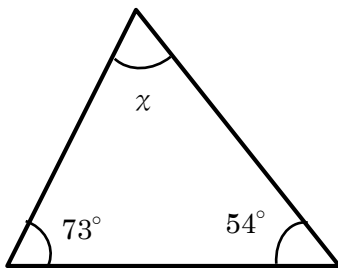
- ・①の考えは、文字を使い、平行線の性質を使うことで三角形の内角がどのような場合でも説明できている。
- ・②の考えは、1つの三角形についてしか調べていない。



答え ウ

2 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

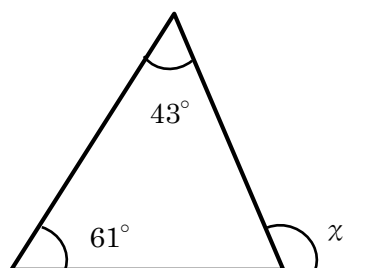
(1)



$$\begin{aligned} \angle x + 73^\circ + 54^\circ &= 180^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - 127^\circ \\ \angle x &= 53^\circ \end{aligned}$$

(1)  $\angle x = \underline{53^\circ}$

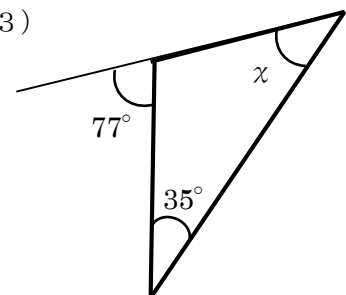
(2)



$$\begin{aligned} \angle x &= 43^\circ + 61^\circ \\ \angle x &= 104^\circ \end{aligned}$$

(2)  $\angle x = \underline{104^\circ}$

(3)



$$\begin{aligned} \angle x + 35^\circ &= 77^\circ \\ \angle x &= 77^\circ - 35^\circ \\ \angle x &= 42^\circ \end{aligned}$$

(3)  $\angle x = \underline{42^\circ}$